

**Maak iedere opgave op een apart vel !  
Schrijf op ieder vel naam en studentnummer !**

**Opgave 1 (7 punten)**

Gegeven zijn de vectoren  $\mathbf{a} = 6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  en  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ .

- Bereken het inwendig product  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ .
- Bereken het uitwendig product van  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ .
- Bereken de hoek tussen  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ .

**Opgave 2 (9 punten)**

Op een massa  $M$  werkt een kracht die expliciet van de tijd afhangt en gegeven wordt door  $F = -A t^2$ . Hierin is  $A$  een constante. Op  $t = 0$  bevindt de massa zich op positie  $x_0$ . Op dat moment bedraagt de snelheid  $v_0$ .

- Geef de bewegingsvergelijking en los deze op, d.w.z.:  
Bereken de positie als functie van de tijd (in termen van  $A$ ,  $M$ ,  $x_0$ ,  $v_0$  en  $t$ ).  
Bereken hiervoor eerst de snelheid als functie van de tijd (in termen van  $A$ ,  $M$ ,  $x_0$  en  $v_0$  en  $t$ ).
- In een concreet geval zijn de volgende gegevens van toepassing:  
 $A = 6 \text{ N/s}^2$ ,  $M = 4 \text{ kg}$ ,  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = 4 \text{ m/s}$ .  
Beargumenteer waarom er een moment moet zijn waarop de snelheid van richting omkeert.
- Bepaal het tijdstip  $t_1$  waarop en de plaats  $x(t_1)$  waar het deeltje van richting omkeert.

**Opgave 3 (11 punten)**

Gegeven is een potentiaal  $V(x) = -Axe^{-x}$ .

$A$  is een constante.

- Geef de kracht  $F(x)$  die uit deze potentiaal kan worden afgeleid. Laat zien dat deze kracht nul is bij  $x = 1$ .

Gegeven is de Taylorreeks ontwikkeling:

$$f(x) = f(x_0 + \varepsilon) = f(x_0) + \frac{\varepsilon}{1!} f'(x_0) + \frac{\varepsilon^2}{2!} f''(x_0) + \frac{\varepsilon^3}{3!} f'''(x_0) + \dots$$

- Ontwikkel de potentiaal om  $x = 1$  in een Taylor reeks (je hoeft alleen de eerste drie termen mee te nemen).
- Leid uit je antwoord op vraag b opnieuw een uitdrukking voor de kracht af (die nu alleen geldig is in de buurt van  $x = 1$ ).
- Bereken de hoekfrequentie  $\omega$  waarmee een deeltje met massa  $M$  onder invloed van deze kracht met uitwijking  $\varepsilon$  om  $x = 1$  kan trillen (Geef  $\omega$  in termen van  $A$  en  $M$ ).

Cijfer toets =  $1 + (\text{aantal behaalde punten})/3$